$$\mathcal{P}_2(s)=\frac{3s+\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{4.45}$$

$$\mathcal{P}_3(s)=\frac{3s-\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{4.46}$$

$\mathcal{P}_1$ 为没有零点的传递函数。$\mathcal{P}_2$ 的零点为 $s=-\omega_n^2/3$，是个负数，这样的零点称为**稳定零点**。相对的，$\mathcal{P}_3$ 的零点为 $s=\omega_n^2/3$，是个正数，这样的零点称为**不稳定零点**。没有零点或存在稳定零点（如 $\mathcal{P}_1$ 和 $\mathcal{P}_2$）的系统称为**最小相位系统**，存在不稳定零点（如 $\mathcal{P}_3$）的系统称为**非最小相位系统**。

上述三个传递函数的阶跃响应如图 4.18 所示。通过比较 $\mathcal{P}_1$ 和 $\mathcal{P}_2$ 的响应，可以看到零点的存在会使得振荡增大。通过观察 $\mathcal{P}_3$，可以看到其受到零点的影响产生振荡。尤其是在施加阶跃输入之后即刻产生了**反冲**。

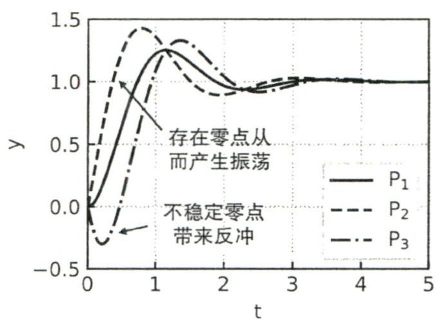

图 4.18　零点的影响

4.5　频域响应

在 4.1 节中我们讨论了传递函数 $\mathcal{P}(s)$ 的阶跃响应。被控对象的输出可以用 $y(s)=\mathcal{P}(s)u(s)$ 来表示。可以看出当输入信号为 $u(s)=1$ 时，其响应就是传递函数。实际上，$u(s)=1$ 的信号叫作**冲激输入**。冲激输入是一种如图 4.19 所示的称为**狄拉克 δ 函数** $\delta(t)$ 的广义函数。它在 $t=0$ 时函数值为 ∞，在 $t=0$ 以外的区间的函数值为 0。由此可见，将施加冲激输入后的系统的响应（**冲激响应**）进行拉普拉斯变换就能得到传递函数。

根据上述讨论，读者可能会以为只需要施加冲激输入，然后观察其响应就可以研究被控对象的特征了。实际上正如本章开头时提到的敲墙的例子，这就是一种对冲激响应的研究。拍打西瓜判断好坏，以及在铁路和桥梁的检查中，用